

2. Optik Grundlagen

-1-

Frequenz $f := \frac{\text{Ausbreitungsgeschwindigkeit } c}{\text{Wellenlänge } \lambda}$

$f: [\text{Hz}], c: \left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right], \lambda: [\text{m}]$

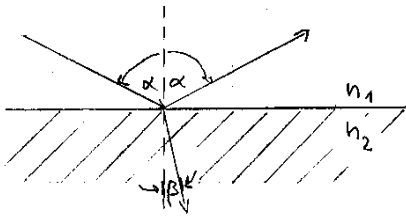
2.1 Wellen, Reflexion, Brechung

Brechzahl, Brechungsindex: $n = \sqrt{\mu_r \cdot \epsilon_r} = \frac{c_0}{c}; n > 1; n: [1]; \text{ hier: } \mu_r = 1$

mit $\epsilon_r := \text{Dielektrizitätskonstante}; \mu_r := \text{Permeabilitätskonstante}$

$c_0 := \text{Lichtgeschwindigkeit im Vakuum } c_0: \left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$

$c := \text{Lichtgeschwindigkeit im Medium}; c < c_0; c: \left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$



Brechung: (für $\alpha < \alpha_{\max}$) (verlustbehaftet)

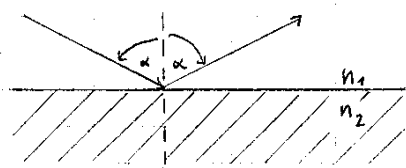
$$\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{n_1}{n_2}$$

Snelliuss'sche Brechungssatz

n_1 / n_2 : Brechungsindex in Medium 1/2

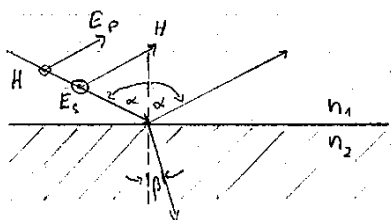
$n_2 < n_1 \Rightarrow \beta > \alpha$

$\beta_{\max} = 90^\circ; \alpha_{\max}: \sin \alpha_{\max} = \frac{n_2}{n_1}$



Totalreflexion (für $\alpha > \alpha_{\max}$ und $n_2 > n_1$)

(verlustfrei)



Brechung polarisierten Lichts

s: senkrecht, p: parallel

s: auch transversal elektrisch genannt (te)

transversal = senkrecht zur Ausbreitungsrichtung

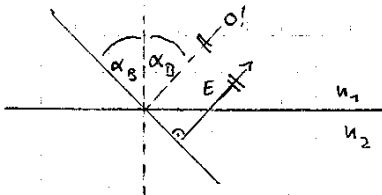
p: " " magnetisch " (tm)

Fresnel-Formeln: $r_p = \frac{\tan(\alpha - \beta)}{\tan(\alpha + \beta)}$

$r_s = -\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)}$

Reflexion: $R_p = |r_p|^2$

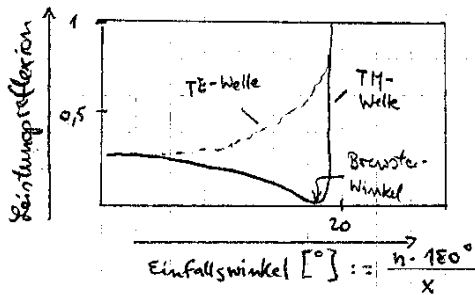
$R_s = |r_s|^2$ (Amplitudenreflexion)



gilt nur für TM-Wellen:

ist die Schwingungsrichtung der Teilchen gleich der Richtung des E-Feldes, tritt reine Brechung (ohne Reflexion) auf.

Dies ist der Fall, wenn das E-Feld parallel zum sonst reflektierten Strahl verläuft.

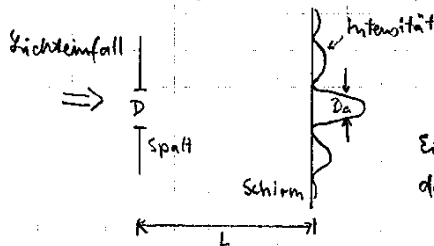


n : Brechzahl

Leistungsreflexion ist „1“ bei Totalreflexion

im Normalfall: $\mu = \mu_0$ (nicht magnetisches Material)

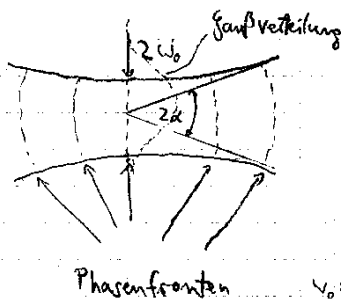
2.2 Beugung vom Licht



$D_a \approx \frac{2,44 \cdot \lambda \cdot L}{D}$ D_a sollte möglichst klein sein

Ein kleiner Spalt D und ein kleines D_a kann z.B. mit Hilfe von durchsichtigen beschichteten Linsen erreicht werden.

2.3 Gaußscher Strahl



$\alpha = \frac{\lambda}{w_0 \cdot \pi}$ in [rad]

$\alpha [^\circ] = \frac{\alpha [\text{rad}] \cdot 180^\circ}{\pi}$

Phasenfronten

w_0 : Radius des Strahls bei Einengung

2.4 Maxwell'sche Gleichungen

$\mu \cdot \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\text{rot } \vec{E}$ (1)

$\epsilon \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \text{rot } \vec{H}$ (2)

In der Optik gilt meist: $\mu_r = 1 \rightsquigarrow \mu = \mu_0$

Wellenansatz: $\vec{E}(z,t) = \vec{E}_0 \cdot e^{j(\omega t - \beta z)}$, $\vec{E}_0 = (E_{0x}, E_{0y}, E_{0z})^T$
 $\vec{H}(z,t) = \vec{H}_0 \cdot e^{j(\omega t - \beta z)}$, $\vec{H}_0 = (H_{0x}, H_{0y}, H_{0z})^T$

mit: β : Ausbreitungskonstante

z : Ausbreitungsrichtung (kartesische Koordinaten)

ω : Winkelfrequenz

Spezialfall: ebene Welle ($\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} = 0$, $\vec{E}_0 = (E_{0x}, E_{0y}, 0)^T$, $\vec{H}_0 = (H_{0x}, H_{0y}, 0)^T$)

aus (1): $H_{0x} = -\frac{\beta}{\omega \mu_0} E_{0y}$ $H_{0y} = \frac{\beta}{\omega \mu_0} E_{0x}$ für $\mu_r = 1$

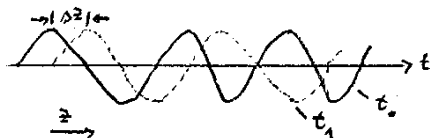
aus (2): $E_{0x} = \frac{\beta}{\omega \epsilon} H_{0y}$ $E_{0y} = -\frac{\beta}{\omega \epsilon} H_{0x}$ $\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$

$\beta = \omega \cdot \sqrt{\epsilon_0 \mu_0 \epsilon_r}$ $\beta = \frac{\omega}{c_0} \cdot n = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot n$

Lichtgeschwindigkeit im Vakuum: $c_0 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$

Maxwell-Beziehung: $n = \sqrt{\epsilon_r}$ n : Brechzahl

Phasengeschwindigkeit einer elektromagn. Welle:



$$v_{ph} = \frac{\Delta z}{t_1 - t_0} = \frac{c_0}{n} = c$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{\beta} = c$$

komplexe Brechzahl: $n = n' + j n''$

Poyntingvektor: $\vec{S} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ \vec{E} \times \vec{H}^* \}$ *: konjugiert komplex; \vec{S} : $\left[\frac{W}{cm^2} \right]$

↳ zeigt in Richtung des Leistungsfluß und gibt dessen Intensität an.

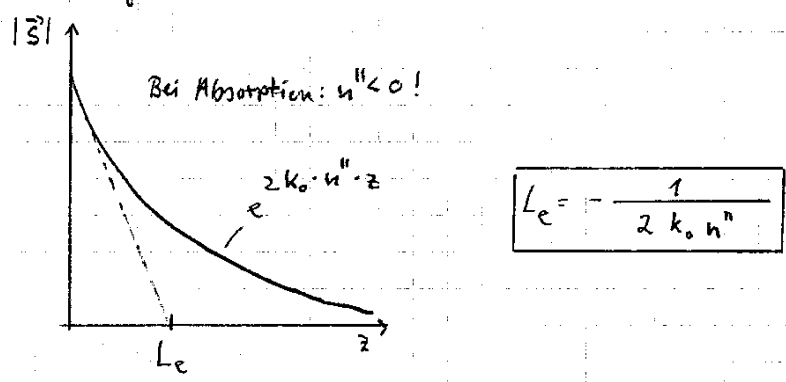
$$\vec{S} = \frac{\beta}{2 \omega \mu_0} \cdot |E_y|^2 \cdot e^{2k_0 n'' z} \vec{e}_z$$

$n'' > 0$: Verstärkung
 $n'' < 0$: Dämpfung

Verstärkung: $g = \frac{1}{|\vec{s}|} \cdot \frac{d|\vec{s}|}{dz} = \frac{d \ln |\vec{s}|}{dz} = 2 \cdot k_0 \cdot n'' \quad \left(\frac{1}{\text{cm}} \right)$

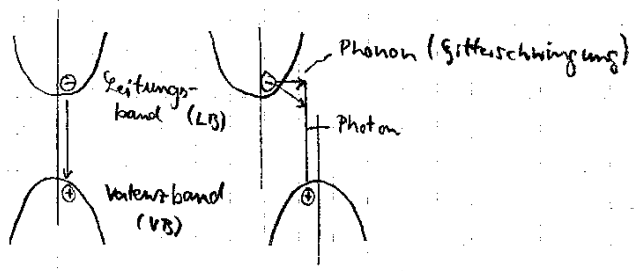
Absorption: $\kappa = -g$ k_0 : Wellenzahl

Eindringtiefe des Feldes:



3.0 Optoelektronische Halbleiter (HL)

3.1 direkte und indirekte HL

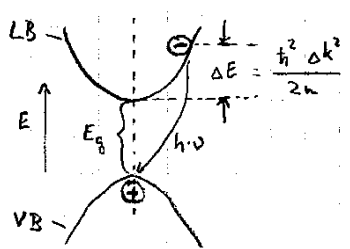


Direkter Halbleiter (1) Indirekter Halbleiter (2)

- Energieabgabe und geringer Impuls
- Verbindungshalbleiter
- Energieabgabe und Impuls
- Silizium, Gallium

Optische Übergänge: (1) 2-Teilchenprozess \rightarrow große Wahrscheinlichkeit
 (2) 3-Teilchenprozess \rightarrow geringe Wahrscheinlichkeit

mathematischer Nachweis für direkten HL: (Index p: Photon)



Energieerhaltung: $h \cdot \omega = E_g + \Delta E$; Impulserhaltung: $\Delta k = k_p$

$\Delta E = \frac{\hbar^2 k_p^2}{2m_{eff}} = \frac{\hbar \omega^2}{2m_{eff} \cdot c^2} \ll k_B \cdot T, \hbar \cdot \omega$

λ in $\mu\text{m} = \frac{1,24}{h\nu/\text{eV}}$

3.2 Materialsysteme

Verbindungstyp: quaternär ternär

Vegard'sches Gesetz: Gitterkonstante a_0 eines Mischkristalls $A_x B_{1-x} C_y D_{1-y}$ bzw. $A_x B_{x-1} C$

$$a_0(A_x B_{1-x} C_y D_{1-y}) = xy \cdot a_0(AC) + (1-x)y \cdot a_0(BC) + x(1-y) \cdot a_0(AD) + (1-x)(1-y) \cdot a_0(BD)$$

$$a_0(A_x B_{x-1} C) = x \cdot a_0(AC) + (x-1) \cdot a_0(BC) \quad (0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1)$$

Anm.: falls $a_0(A_x B_{1-x} C_y D_{1-y}) \stackrel{!}{=} a_0(BD)$

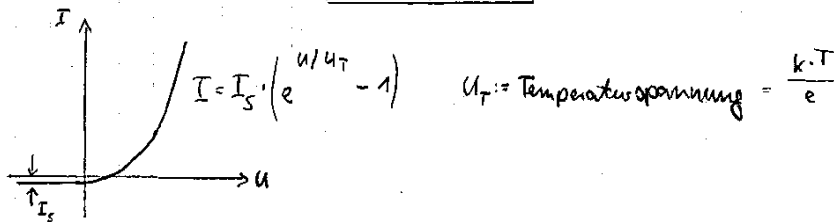
$$\leadsto x \stackrel{!}{=} y \cdot \frac{a_0(BC) - a_0(BD)}{a_0(BD) - a_0(AD) + y[a_0(AD) + a_0(BC) - a_0(BD) - a_0(AC)]} \quad y = \text{const.}$$

3.3 Halbleiter-Strukturen

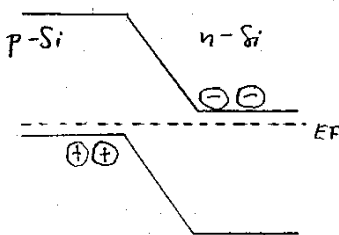
a) Homo-Struktur:

p-Si	n-Si
------	------

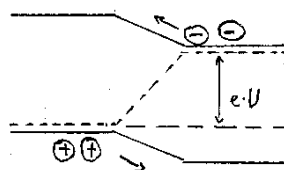
 Beispiel aus Industrie: 1N4148



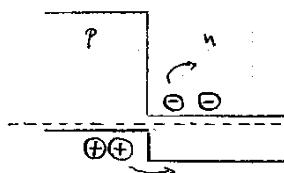
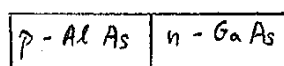
ohne angelegte Spannung:



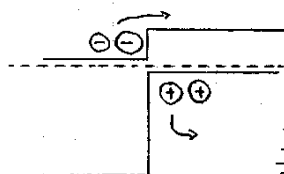
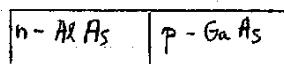
mit angelegter Spannung U :



b) Heterostruktur:



$$I_{sn} \approx 0$$

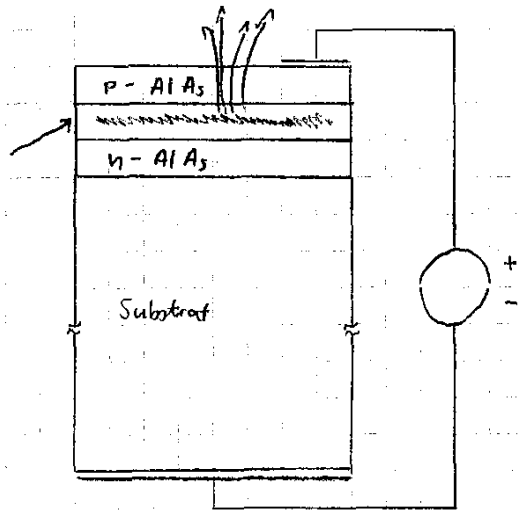


$$I_{sp} \approx 0$$

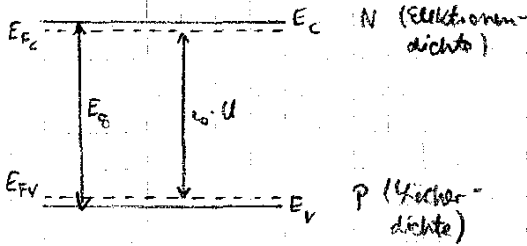
$$\frac{I_n}{I_p} = \frac{I_{sn}}{I_{sp}} \sim \exp\left(\frac{E_{gn} - E_{gp}}{k_B \cdot T}\right)$$

Praktische Anwendung:

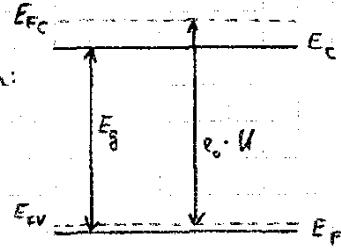
Rekombination \rightarrow Licht-
erzeugung erfolgt nur
in dieser Zone



-6-



starke Injektion:



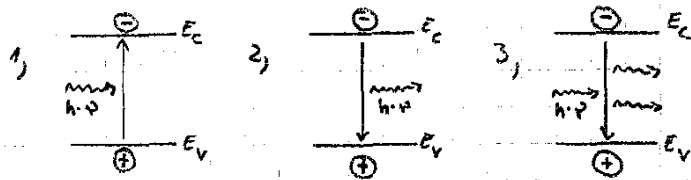
E_{FC}, E_{FV} : Quasi-Fermienerveaus in Leitungs- und Valenzband

$$E_{FC} - E_{FV} = e_0 \cdot U \approx E_g + k_B \cdot T \cdot \left[\ln \left(\frac{N \cdot P}{N_C \cdot N_V} \right) + \frac{1}{\sqrt{8}} \cdot \left(\frac{N}{N_C} + \frac{P}{N_V} \right) \right]$$

Im undotierten Zustand gilt: $N = P$; Bsp: GaAs $N_C \approx 4 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ $N_V \approx 8 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$
bei Raumtemperatur (Abk: \odot RT)

3.4 Wechselsirkung Licht-Halbleiter

- 1, Absorption
- 2, spontane Emission
- 3, stimulierte Emission

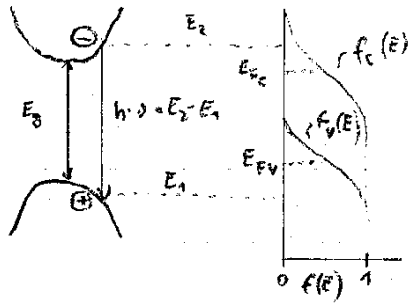


Bilanzgleichung: $\frac{dS}{dt} = \underbrace{+ \text{spontane Emission}}_{A' \cdot N \cdot P} + \underbrace{+ \text{stimulierte Emission}}_{B' \cdot S \cdot N \cdot P} - \underbrace{\text{Absorption}}_{B' \cdot S \cdot D_C \cdot D_V}$

mit: S : Photondichte [cm^{-3}]; A', B' : Proportionalitätsfaktoren

Proportionalität:

- 1, $\propto A' \cdot f_c(E_2) \cdot [1 - f_v(E_1)]$
- 2, $\propto B' \cdot f_c(E_2) \cdot [1 - f_v(E_1)] \cdot S$
- 3, $\propto B' \cdot [1 - f_c(E_2)] \cdot f_v(E_1) \cdot S$



Nettorate: $r_{net} = \text{stimulierte Emission} - \text{Absorption} \propto B' \cdot [f_c(E_2) - f_v(E_1)]$

> 0 : Verstärkung
 < 0 : Absorption

Bedingung für optische Verstärkung: $E_g \leq h \cdot \nu \leq E_{Fc} - E_{Fv}$

(damit $r_{net} > 0$)

3.5 Rekombinationsmechanismen

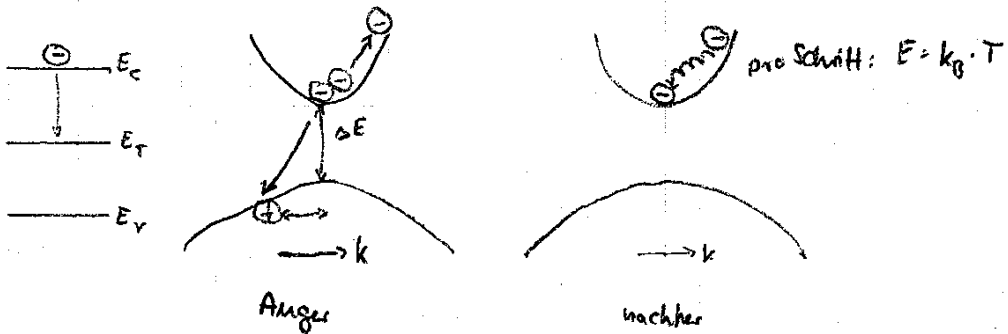
1, Band-Band: $\propto B \cdot N \cdot P$ ($B \approx 10^{-10} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$)

2, Traps, Grenzflächen: $\propto A \cdot N$ oder $A \cdot P$ $\tau_n = \frac{1}{A}$ (Ladungsträger-Lebensdauer)

Bsp. Si: $A \approx 10^7 \text{ s}^{-1}$

3, Auger-Rekombination: $\propto C_1 \cdot P \cdot N^2$ oder $C_2 \cdot N \cdot P^2$, undotiert: $C \cdot N^3 = C \cdot P^3$

$C \approx 3 \cdot 10^{-29} \text{ cm}^3$



gesamte Rekombinationsrate: $R(N) = \underbrace{A \cdot N}_{nr} + \underbrace{B \cdot N^2}_r + \underbrace{C \cdot N^3}_{nr}$ $R(N) = \left[\frac{1}{\text{cm}^2 \text{ s}} \right]$

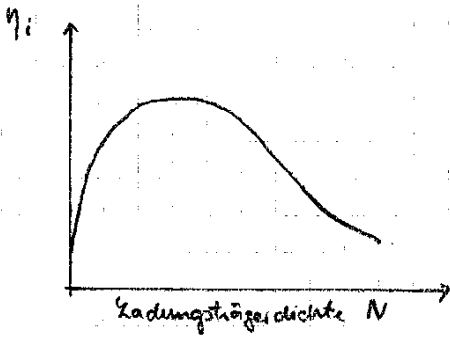
r: radiative, strahlend ; nr: non-radiative, nicht strahlend

Bilanzgleichung:
 (undot. HL: $N = P$)

$$\frac{dN}{dt} = \frac{dP}{dt} = \underbrace{G(I)}_{\frac{I}{e_0 \cdot V}} - \underbrace{R(N)}_{AN + BN^2 + CN^3}$$

G: Generationsrate

V: Volumen der aktiven Zone



interner Wirkungsgrad:

$$\eta_i = \frac{\text{strahlende Rekombination}}{\text{gesamte Rekombination}} = \frac{BN^2}{AN + BN^2 + CN^3}$$

$$\eta_i \approx 90\%$$

stationär: $AN + BN^2 + CN^3 = \frac{I}{e_0 \cdot V}$

$$R(N) = \frac{N}{\tau} \rightarrow \frac{1}{\tau} = \underbrace{A}_{nr} + \underbrace{BN}_{r} + \underbrace{CN^2}_{nr} = \frac{1}{\tau_r} + \frac{1}{\tau_{nr}}$$

τ_r, τ_{nr} : strahlende (radiativ) bzw. nicht strahlende (non radiativ) Lebensdauer

Differentielle Lebensrate: $\frac{1}{\tau_d} = \frac{dR}{dN} \Big|_{N=N_0} = A + 2BN_0 + 3CN_0^2$

mit: $N = N_0 + \Delta N$
 $G = G_0$

$$\frac{d\Delta N}{dt} = -\Delta R = -\frac{\Delta N}{\tau_d}$$

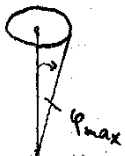
4. Die Leuchtdiode (Light Emitting Diode: LED)

4.1 Struktur und Funktionsprinzip

$$I = I_S \cdot \left(e^{\frac{U}{U_T}} - 1 \right) \quad (\text{wie bei Diode})$$

externer Wirkungsgrad: $\eta_{\text{ext}} = \frac{\text{Rate der emittierten Photonen}}{\text{Rate der emittierten Elektronen}} = \frac{R_{\text{phot}}}{R_{\text{el}}} = \frac{e_0}{h \cdot \nu} \cdot \frac{P}{I}$

mit: $R_{\text{phot}} = \frac{P}{h \cdot \nu}$, $R_{\text{el}} = \frac{I}{e_0}$



Drehwinkel: $\Omega = \int_0^{\varphi_{\text{max}}} 2\pi \sin \varphi \, d\varphi = 2\pi (1 - \cos \varphi_{\text{max}}) \approx \pi \cdot \varphi_{\text{max}}^2$
für kleines φ_{max}

Reflexionsfaktor: $R = \left(\frac{n_2 - 1}{n_2 + 1} \right)^2$ Transmission: $T = 1 - R$

geometrischer Wirkungsgrad: $\eta_{\text{geom}} = T \cdot \frac{\Omega}{2\pi} \approx \frac{n_2}{(n_2 + 1)^2} \arcsin^2 \left(\frac{1}{n_2} \right) \approx \frac{1}{(n_2 + 1)^2 \cdot n_2}$

$$\eta_{\text{ext}} = \eta_i \cdot \eta_{\text{geom}}$$

typisch für Diode: $n_2 = 3 \rightarrow \eta_{\text{geom}} = 2\%$, $\eta_i = 50 \dots 90\%$

4.3 Modulationsverhalten

$$\dot{N} = G(t) - R(t)$$

Kleinsignalnäherung:

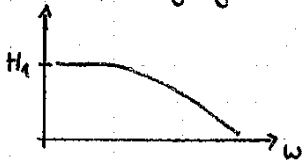
$$N(t) = N_0 + \underbrace{\Delta \hat{N}}_{\Delta N \ll N_0} \cdot e^{j\omega t}$$

$$G(t) = G_0(I_0) + \underbrace{\Delta \hat{G}}_{\Delta G} \cdot e^{j\omega t}$$

$$R(t) = R_0 + \frac{\Delta N}{\tau_d} \quad \text{mit } \Delta N = \Delta \hat{N} \cdot e^{j\omega t}$$

$$\Delta \hat{N} = \frac{1}{\epsilon_0 \cdot V} \cdot \frac{\tau_d}{1 + j\omega \tau_d} \cdot \Delta \hat{I} \quad (\text{Tiefpaß})$$

Frequenzgang:

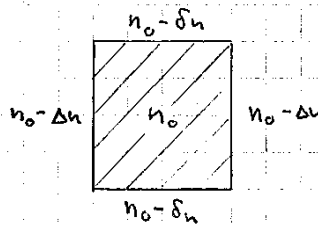
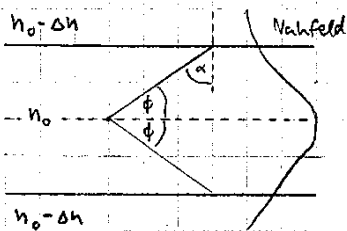


$$|H(\omega)| = \frac{|\Delta \hat{S}(\omega=0)| / |\Delta \hat{I}(\omega=0)|}{|\Delta \hat{S}(\omega)| / |\Delta \hat{I}(\omega=0)|}$$

$$\leadsto |H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega \tau_d)^2}}$$

$$Grenzfrequenz: f_g = f_{3dB} = \frac{\omega_{3dB}}{2\pi} = \frac{\sqrt{3}}{2\pi \tau_d} \approx \frac{1}{3,5 \tau_d}$$

4.4 Kantenemittierende LED



n_0 : Brechzahl

$\Delta n, \delta n$: Brechzahldifferenz

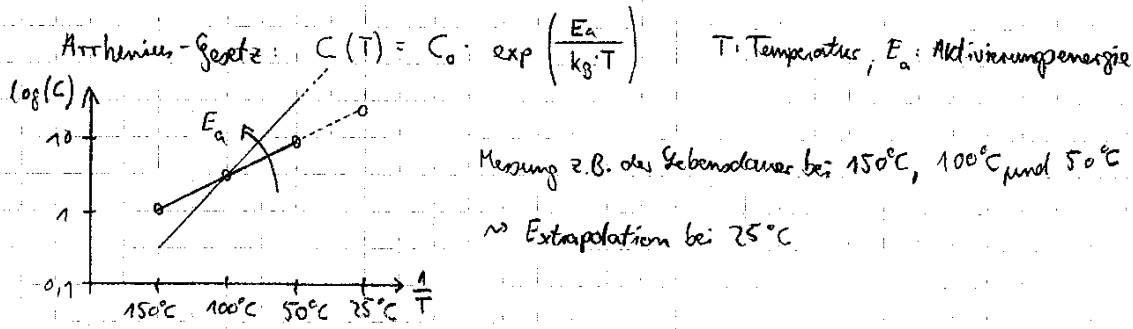
$$\text{Totalreflexion: } \alpha \geq \arcsin\left(\frac{n_0 - \delta n}{n_0}\right)$$

$$\phi \leq \arccos\left(\frac{n_0 - \delta n}{n_0}\right) \approx \sqrt{2 \cdot \frac{\delta n}{n_0}} \quad (\text{falls } \delta n \ll n_0)$$

$$\eta_{\text{geo}} = \frac{2 \cdot \phi_{\text{vertikal}} \cdot 2 \cdot \phi_{\text{horizontal}}}{4\pi} \approx 2 \cdot \frac{\sqrt{\Delta n \cdot \delta n}}{\pi \cdot n_0}$$

$$\text{typ: } n_0 = 3,2 \quad \Delta n = 0,3 \quad \delta n = 0,01 \Rightarrow \eta_{\text{geom}} \approx 1\%$$

4.5 Zuverlässigkeit, Degradation

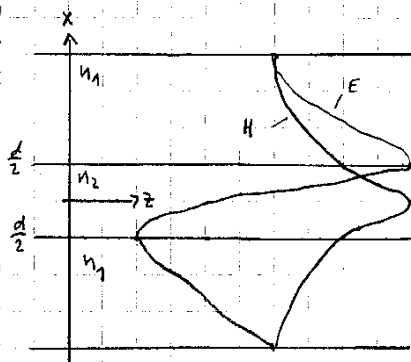


-10-

Zahlenbeispiel: LED $E_a = 0,6 \text{ eV}$ @ 100°C Lebensdauer: 1000h
 \leadsto @ 25°C Lebensdauer (extrapoliert): 10^5 h

5. Passive und aktive dielektrische Wellenleiter / optische Verstärker

5.1 Der dielektrische Schichtwellenleiter



$$\begin{aligned} H_x(x) &\sim \exp(-qx) & E_y(x) &\sim \exp(-qx) \\ H_x(x) &\sim \sin(\mu x) & E_y(x) &\sim \cos(\mu x) \\ H_x(x) &\sim \exp(qx) & E_y(x) &\sim \exp(qx) \end{aligned}$$

Wellengleichung: $\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} + k^2 E_y = 0$

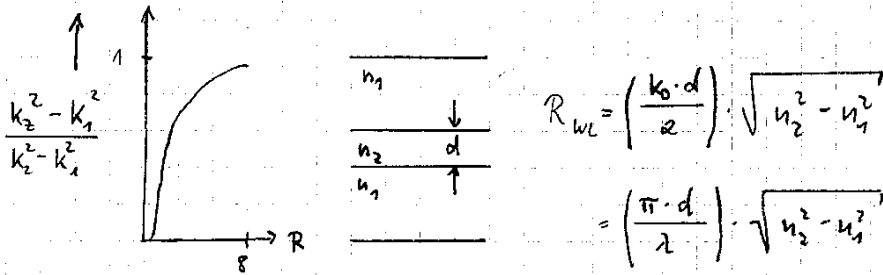
Ausbreitung in z-Richtung: $\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + (k^2 - k_z^2) \cdot E_y = 0$ mit $k = k_0 \cdot n = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot n$

$n_1 < n_{\text{eff}} < n_2$ mit $n_{\text{eff}} = \frac{k_z}{k_0}$

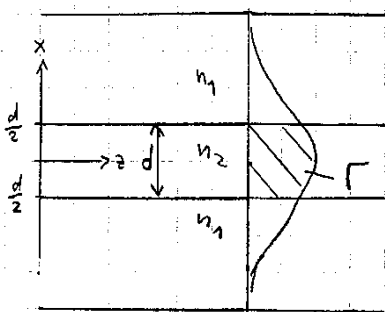
Aktive Zone: $E_y = A \cdot \sin\left(\underbrace{k_0 \sqrt{n_2^2 - n_{\text{eff}}^2}}_{= \mu} \cdot x\right) + B \cdot \cos\left(\underbrace{k_0 \sqrt{n_2^2 - n_{\text{eff}}^2}}_{= \mu} \cdot x\right)$

Außen: $E_y = A \cdot e^{-qx} + B \cdot e^{qx}$ mit $q = k_0 \sqrt{n_{\text{eff}}^2 - n_1^2}$

normierte Wellenleitertiefe R_{WL} :



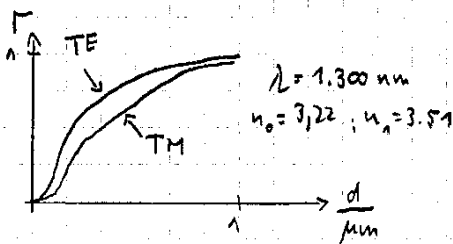
$$\frac{k_2^2 - k_1^2}{k_2^2 - k_1^2} \approx \frac{R_{WL}^2}{1 + R_{WL}^2 + 0,2 \cdot R_{WL}} \quad := \text{normierte Ausbreitungskonstante}$$



Optischer Füllfaktor (Confinement-Factor) Γ :

$$\Gamma \approx \left[1 + \left(\frac{d_0}{d} \right)^2 \right]^{-1}$$

mit $d_0 = \frac{\lambda}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{2}{n_2^2 - n_1^2}}$



d: aktive Zone

5.2 Optische Verstärkung

$$g_a = a \cdot (N - N_{tr})$$

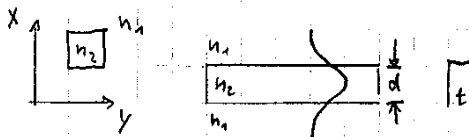
mit N_{tr} : Transparenzladungsträgerdichte; g_a : optische Verstärkung (aktive Zone)
 a : Verstärkungskoeffizient

Photostromdichte: $P = S \cdot A \cdot h\nu \cdot c$ mit $c = \frac{c_0}{n}$ ($n = n' + jn''$)

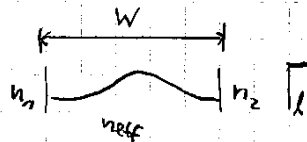
5.3 Aktive dielektrische Wellenleiter

Modenverstärkung: $g_m = \Gamma \cdot g_a$ g_a : Verstärkung in aktiver Zone g_a [cm^{-1}]

5.4 Effektive Brechzahl - Methode



$$\Gamma = \Gamma_t \cdot \Gamma_l$$



5.6 Der optische Halbleiterverstärker

Semiconductor Optical Amplifier (SOA)

$$g_m = \Gamma_1 \cdot \Gamma_2 \cdot g_a$$

Verstärkung in beide Richtungen

$$0 \text{ dBm} \hat{=} 1 \text{ mW}$$

$$10 \text{ dBm} \hat{=} 10 \text{ mW}$$

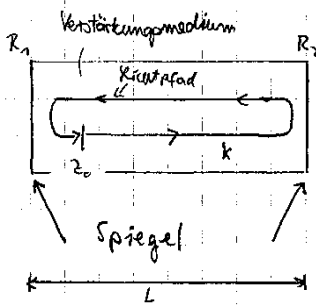
$$-10 \text{ dBm} \hat{=} 0,1 \text{ mW}$$

-12-

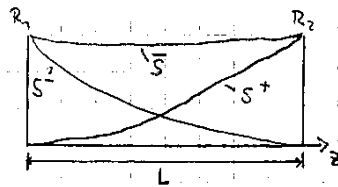
6. Laserdioden

6.2 Der Fabry-Perot-Laser

Materialverstärkung: $g_{\text{net}} = g_m - \alpha_i$; α_i : interne Verluste



$$k_z = k_0 n'_{\text{eff}} + j \frac{g_{\text{net}}}{2} \quad \text{mit } n_{\text{eff}} = n'_{\text{eff}} + j n''_{\text{eff}}$$



$$\bar{S} = S^+ + S^- \approx \text{konst.}$$

S: Photondichte

$$S^{\pm} = \frac{1}{h\nu c} \cdot \text{Re} \left[\vec{E}^{\pm} \times \vec{H}^{\pm} \right] = S^{\pm}(z) \cdot e^{\pm g_{\text{net}} z}$$

\bar{S} : mittl. Photondichte

6.3 Die Oszillationsbedingung

Oszillationsbedingung: $r_1 r_2 \cdot e^{-2j k_z L} = 1$ r_1, r_2 : Reflexionsfaktor = $\frac{n'_{\text{eff}} - 1}{n'_{\text{eff}} + 1}$

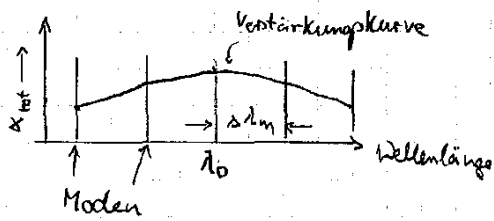
Leistungsreflexion: $R = R_1 = R_2 = r_1^2 = r_2^2 \Rightarrow e^{g_{\text{net}} L} = \frac{1}{R}$ $\text{alg. } R = r_1 \cdot r_2$

Amplitudenbedingung: $g_{\text{net}} = \frac{1}{L} \cdot \ln \left(\frac{1}{R} \right) = \alpha_m$ α_m : Spiegelverluste

$$g_m = \alpha_i + \alpha_m = \alpha_{\text{tot}}$$

Oszillationsbedingung: $r_1 r_2 \cdot e^{-2j k_z L}$ ist reell, falls $k_z \cdot L = i\pi \quad i \in \mathbb{N}$
 mit $k_z = k_0 \cdot n'_{\text{eff}}$, $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c}$

Phasenbedingung: $\lambda_i = \frac{2 n'_{\text{eff}}(z_i) \cdot L}{i}$ $\text{typ. } L \approx 100 - 1000 \mu\text{m}$; i : Modenzahl



Modenabstand: $\Delta\lambda_m = \lambda_i - \lambda_{i+1} \approx \frac{\lambda_i^2}{2n_g \cdot L}$

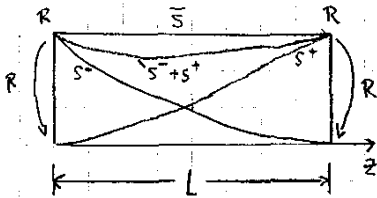
-13-

$\Delta\lambda_m \propto$ äquidistant für großes i (typ.: $i = 10.000$)

n_g : Gruppenindex: $n_g = \left. \frac{d(k'z)}{d\lambda} \right|_{\lambda=\lambda_i} = n'_{eff}(\lambda_i) - \lambda_i \left. \frac{dn'_{eff}}{d\lambda} \right|_{\lambda=\lambda_i}$; $n_g > n'_{eff}$

z.B.: In-P-Faser: $n'_{eff} \approx 3,3$ und $n_g \approx 4$, $\lambda = 1,55 \mu\text{m}$, $L \approx$ einige $100 \mu\text{m}$
 $\Delta\lambda_m \approx 0,1 - 1 \text{ nm}$

6.4 Die Rategleichungen



mittl. Rate: $\bar{S} = \frac{1}{L} \cdot \int_0^L [S^+(z) + S^-(z)] dz$

$$\dot{N} = -v_g \cdot g_a \bar{S} - R(N) + \frac{I}{e_0 \cdot V_a}$$

mit: V_a : Volumen der aktiven Zone

$$\dot{\bar{S}} = v_g \cdot (g_a - \alpha_{tot}) \cdot \bar{S}$$

g_a : Verstärkung der aktiven Zone

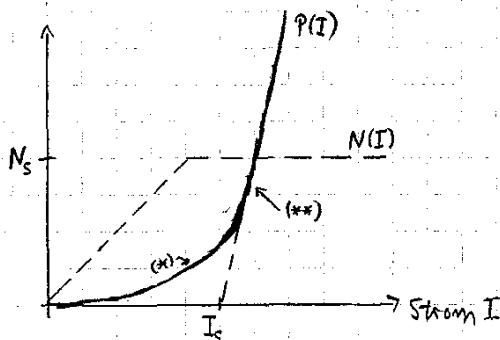
$$R_{sp} = v_g \cdot g_n \cdot \frac{n_{sp}}{V_a} \Big|_{n_{sp} \approx 2}$$

$$g_n = \Gamma \cdot g_a \propto \Gamma \cdot a \cdot (N - N_{tr})$$

R_{sp} : spontane Emission

α_{tot} : Gesamtverluste

v_g : Gruppengeschwindigkeit



(*) Spontane Emission

(**) stimulierte Emission (ab $I > I_s$)

6.5 Stationäre Lösung der Bilanzgleichung

$$\dot{N} = \dot{S} = 0$$

Schwelle, damit Fabry-Perot-Gaaser als solcher und nicht als Diode arbeitet:

$$N_{th} = N_{tr} + \frac{\alpha_{tot}}{a \cdot \Gamma} \quad \text{mit } \alpha_{tot} = g_m = \Gamma \cdot g_n = \Gamma \cdot a \cdot (N_{th} - N_{tr})$$

typ: $N_{th} \approx 10^{18} \text{ cm}^{-3}$

Schwellenstrom: $I_{th} = e_0 \cdot V_a \cdot R \cdot N_{th}$ (keine stimulierte Emission, typ: einige mA)

oberhalb Schwelle:

$$\bar{S} = \frac{I - I_{th}}{e_0 \cdot V_a \cdot V_g \cdot \alpha_{tot}} \cdot \Gamma \quad (I > I_{th})$$

$$P = \frac{h \cdot \nu}{2 \cdot e_0} \cdot \frac{\alpha_m}{\alpha_{tot}} \cdot (I - I_{th})$$

Ausgangsleistung pro Spiegel

mit: $h \cdot \nu = \frac{1,24 \mu\text{m} \cdot \text{eV}}{\lambda}$

Differentieller Wirkungsgrad

$$\frac{dP}{dI} = \frac{h \cdot \nu}{2 \cdot e_0} \cdot \frac{\alpha_m}{\alpha_{tot}} \quad \text{pro Facette}$$

Gesamtverluste
mit $\alpha_{tot} = \alpha_m + \alpha_i$
Spiegelverluste interne Verluste

Idealfall: $\alpha_i = 0 \Rightarrow \alpha_{tot} = \alpha_m$

Differentieller Quantenwirkungsgrad

$$\eta_d = \frac{\text{Rate der emittierten Photonen pro Facette}}{\text{Rate der injizierten Elektronen}} = \frac{\frac{dP}{h \cdot \nu}}{\frac{dI}{e_0}} = \frac{\alpha_m}{2 \alpha_{tot}}$$

$$\alpha_m = \frac{1}{L} \cdot \ln\left(\frac{A}{R}\right)$$

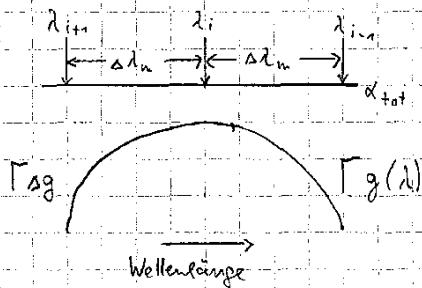
6.6 Seitenmodenunterdrückung (SSR oder SMSR)

SSR / SMSR: Side-Mode Suppression Ratio

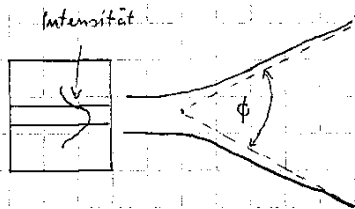
$$SSR = \frac{2 \cdot P \cdot \delta_{SM}}{h \cdot \nu \cdot V_g \cdot \alpha_{tot} \cdot \alpha_m \cdot n_{sr}}$$

$$SSR_{dB} = 10 \cdot \log_{10}(SSR)$$

Single-Mode-Laser: $SSR > 1000$



- 15 -



$$\phi = 2 \arctan \left(\frac{2\lambda}{\pi W_0} \right)$$

mit: W_0 : Nahfeldbreite (FWHM)

ϕ : Fernfeldbreite (FWHM) in Radiant

FWHM: Full-Width at Half-Maximum (Halbwertsbreite)

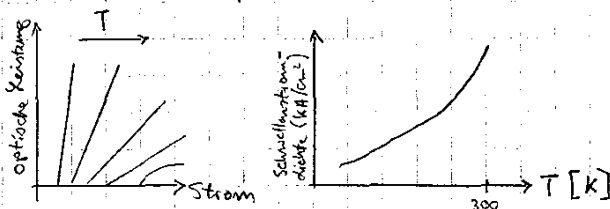
6.7 Temperaturverhalten

6.7.1 Schwellenstrom

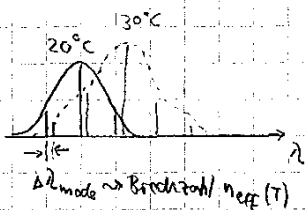
$$I_{th}(T_2) = I_{th}(T_1) \cdot e^{\frac{T_2 - T_1}{T_0}}$$

empirisch!

mit T_0 : charakteristische Temperatur (typ.: 70K - 200K)



6.7.2 Wellenlänge



Verstärkungskurve (T): Gain Peak $\lambda_p(T)$

Verstärkungskurve verschiebt sich stärker als λ_{mode}

$$\frac{d\lambda_p}{dT} = -\frac{\lambda_p}{E_g} \cdot \frac{dE_g}{dT} \quad \text{typ.: } \frac{d\lambda_p}{dT} \approx 0,5 \dots 0,6 \frac{\text{nm}}{\text{K}} \quad \text{mit } \lambda_p = 1,55 \mu\text{m}$$

$$\frac{d\lambda_n}{dT} \approx \frac{\lambda}{n} \cdot \frac{dn}{dT} \quad \text{typ.: } \frac{d\lambda_n}{dT} \approx 0,1 \frac{\text{nm}}{\text{K}} \quad \text{mit } \lambda = 1,3 \dots 1,55 \mu\text{m}$$

6.8 Modulationsverhalten

pn-Diode: $R_d = \frac{u_T}{I}$

mit: R_d : differentieller Widerstand

Faser: $R_d \rightarrow 0$ ($u = \text{const.}$)

-16-

Frequenzgang:
$$H(\omega) = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_r}\right)^2 + j \frac{\omega}{\omega_d}}$$

Resonanzfrequenz: $\omega_r = \frac{1}{\tau_s} \cdot \sqrt{\frac{a \cdot \bar{S}_0}{\alpha_{\text{tot}}}}$

Photonlebensdauer: $\tau_s = \frac{1}{v_g \cdot \alpha_{\text{tot}}}$

Dämpfung: $\omega_d = \frac{\tau_s}{\gamma} \cdot \omega_r^2$ mit $\gamma = \frac{a \cdot \bar{S}_0}{\alpha_{\text{tot}}} + \frac{\tau_s}{\tau_d} + \frac{n_{\text{sp}} \cdot \Gamma}{V_a \cdot \bar{S}_0}$

$S_0 \propto I_0 - I_{\text{th}} \rightarrow \omega_r \propto \sqrt{I_0 - I_{\text{th}}}$, typ.: $f_{3\text{dB}} \approx 10 \text{ GHz}$

mit: $\alpha_{\text{tot}} := \alpha_i + \alpha_m$ [cm^{-1}]

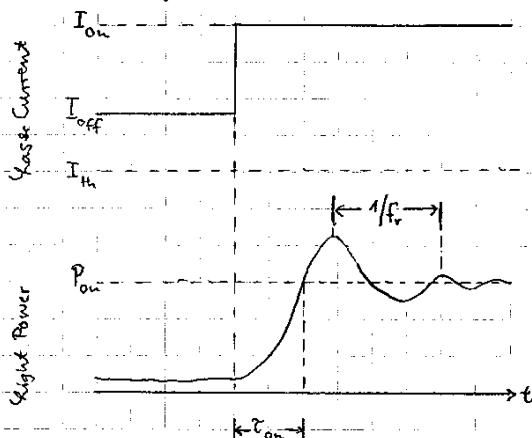
a : Verstärkungskoeffizient [cm^{-2}]

τ_d : differentielle Lebensdauer: $\frac{1}{\tau_d} = \frac{dR}{dN} \Big|_{N=N_0} = A + 2BN_0 + 3CN_0^2$

Frequenzgang bei steigender Frequenz: LED: Abfall um 10 dB/Dekade

Faser: Abfall um 20 dB/Dekade

Optosignal - Pulsmodulation einer Laserdiode:



Für Vorstrom oberhalb der Schwelle ($I_{\text{off}} > I_{\text{th}}$) gilt:

$$\tau_{\text{on}} = \frac{\sqrt{2}}{2\pi f_r} \ln \left(\frac{P_{\text{on}}}{P_{\text{off}}} \right)$$

$$f_r = \frac{v_g}{2\pi} \sqrt{\Gamma \cdot a \cdot \alpha_{\text{tot}} \cdot \bar{S}_{\text{on}}}$$

6.10 Streifen-Laserdioden

$$I_{th} = e_0 \cdot V_a \cdot R(N_{th}) \rightarrow \text{Stromdichte: } J_{th} = e_0 \cdot d \cdot R(N_{th}) \quad J: \left[\frac{A}{cm^2} \right]$$

$$\text{Modenverstärkung: } g_m = \Gamma \cdot a \cdot (N_{th} - N_{tr}) = \alpha_i + \underbrace{\frac{1}{L} \ln \left(\frac{1}{R} \right)}_{\alpha_m}$$

$$\rightarrow N_{th} = N_{tr} + \frac{1}{a \cdot \Gamma} \left[\alpha_i + \frac{1}{L} \ln \left(\frac{1}{R} \right) \right]$$

$$\boxed{N_{th}(L \rightarrow \infty) = N_{\infty} = N_{tr} + \frac{\alpha_i}{a \cdot L}}$$

$$\boxed{\frac{dN_{th}}{d\left(\frac{1}{L}\right)} = \frac{1}{a \cdot \Gamma} \cdot \ln \left(\frac{1}{R} \right)}$$

$$\boxed{J_{th}(L) = J_{\infty} + a' \frac{1}{L} \cdot \ln \left(\frac{1}{R} \right)} \quad \text{mit} \quad \boxed{a' = \frac{1}{a \cdot \Gamma} \cdot \left. \frac{dJ_{th}}{dN_{th}} \right|_{N_{tr}}}$$

$$J_{\infty} = e_0 \cdot d \cdot R(N_{\infty})$$

e_0 ... Elementarladung

V_a ... Volumen der aktiven Zone

d ... Dicke " " " ; L ... Resonatorlänge

R ... Rekombinationsrate

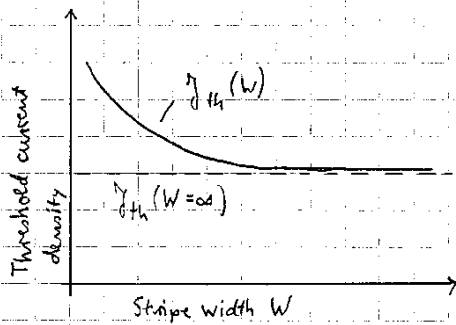
N_{tr} ... Transparenzlagerdichte

Differenzieller Quantenwirkungsgrad η_d (für beide Spiegel):

$$\boxed{\frac{1}{\eta_d} = 1 + \frac{\alpha_i \cdot L}{\ln \left(\frac{1}{R} \right)}} \quad \text{typ.: } \alpha_i \approx 0,1 \quad , \quad \text{ideal: } \alpha_i = 0$$

$$j_{th}(W) = j_{th}(W=\infty) \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot \Delta W}{W}\right)$$

typ.: $\Delta W \approx 2-10 \mu\text{m}$



indexgeführter Kaser: $j_{th}(W=\infty) \approx 100 \frac{\text{A}}{\text{cm}^2}$
(IGL)

Verstärkunggeführter Kaser: $j_{th}(W=\infty) \approx 1000 \dots 5000 \frac{\text{A}}{\text{cm}^2}$
(GGK)

- 18 -

7. Detektoren

7.1 Grundlagen der Lichtdetektion

Berechnung der Schichtdicke d eines Halbleiters, damit α Prozent ($\alpha = 0 \dots 1$) aller einstrahlenden Photonen absorbiert werden:

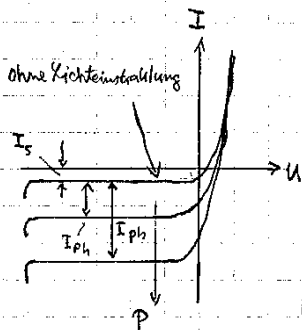
$$P(d) = (1 - \alpha) \cdot P(0) = P(0) \cdot e^{-\alpha d}$$

$$\Leftrightarrow d = -\frac{1}{\alpha} \cdot \ln(1 - \alpha)$$

mit: d ... Schichtdicke $d: [\mu\text{m}]$

α ... Absorptionskoeffizient $\alpha: [\text{cm}^{-1}]$

7.2 Die PIN-Photodiode (P: P-Zone; I: intrinsische (undotierte) Zone; N: N-Zone)



Elektrisches Feld im HL: $E = \frac{1}{2 \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{d}{dx} (E_c + E_v)$

Photonenstrom: $I_{ph}(P) = \eta \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{P}{h \cdot \nu}$
Anzahl Photonen pro Zeiteinheit

3dB-Frequenz: $f_{3dB} \approx 0,5 \cdot \frac{v_s}{d}$

v_s ... Sättigungsgeschwindigkeit

typ.: $f_{3dB} \approx 17 \text{ GHz}$, $d = 1 \dots 3 \mu\text{m}$, $v_s \approx 10^7 \text{ cm s}^{-1}$

7.3 Die Gainsinphotodiode

Bedingung für Gainsinmultiplikation: $e_0 \cdot E \cdot l \geq E_g$

l : mittlere freie Weglänge

E : elektr. Feld innerhalb l

Bandbreiten-Produkt: $M_0 \cdot B = \frac{1}{2\pi \cdot \tau_a}$

mit M_0 : Verstärkung

B : Bandbreite

τ_a : Multiplikationszeit := $\frac{d_a}{2 \cdot v_s}$

d_a : Zonenlänge der Gainsinmultiplikation

v_s : Sättigungsgeschwindigkeit

7.4 Rauschen in Photodioden

Schottrauschen: $\overline{i_{shot}^2} = 2 \cdot e_0 \cdot (I_0 + I_{ph}(P_0)) \cdot B$

Thermisches Rauschen: $\overline{i_{th}^2} = 4 \cdot k_B \cdot T \cdot \frac{B}{R}$

$$SNR = \frac{S}{N} = \frac{i_{eff}^2}{i_{shot}^2 + i_{th}^2} \approx \frac{i_{eff}^2}{i_{th}^2} \quad \left| \quad i_{th}^2 \gg i_{shot}^2 \right.$$

Minimale detektierbare Leistung bei $SNR = 1$:

$$SNR = \left(\frac{\eta \cdot e_0 \cdot P_0}{h \cdot \nu} \right)^2 \cdot \frac{R}{8 k_B \cdot T \cdot B} \rightsquigarrow P_{0, \min} = \frac{2 h \nu}{\eta \cdot e_0} \cdot \sqrt{2 k_B \cdot T \cdot \frac{B}{R}}$$

mit $B = \frac{1}{2\pi R \cdot C_d}$

