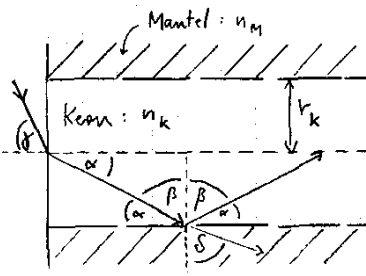


Übung 1:

Glasfaser:

Luft:  $n_0$



Stufen-Index-Faser

es gilt:  $n_0, n_M$  und  $n_k$ : Brechzahl von Umgebung, Mantel- und Kernbrechzahl

$r_k$ : Radius des Kerns

$\gamma$ : Winkel, unter dem der Lichtstrahl in die Faser eingekoppelt wird

Brechungsgesetz:  $n_k \cdot \sin \beta = n_M \cdot \sin \delta$

Grenzwinkel für Totalreflexion:  $\delta = 90^\circ \rightsquigarrow \beta_T = \arcsin \beta_T = \frac{n_M}{n_k}$

damit Totalreflexion der Strahlung an der Grenzfläche zwischen Kern und Mantel auftritt, muß gelten:

$$\beta \geq \arcsin \left( \frac{n_M}{n_k} \right) = \beta_T$$

$$\alpha \leq 90^\circ - \beta = \arccos \left( \frac{n_M}{n_k} \right) = \alpha_T$$

Grenzfläche Kern - Luft:

$$n_0 \cdot \sin \gamma \leq n_k \cdot \sin \alpha_T \quad \text{mit } \sin \alpha_T = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha_T} = \sqrt{1 - \left( \frac{n_M}{n_k} \right)^2}$$

$$\gamma \leq \arcsin \left( \sqrt{n_k^2 - n_M^2} \right) = \gamma_T$$

Numerische Apertur einer Faser:  $N_A = n_0 \cdot \sin \gamma_T = \sqrt{n_k^2 - n_M^2} \quad N_A: [1]$

ein elektromagnetisches Feld hat näherungsweise ein gaußförmiges Querschnittsprofil, wenn gilt:

$$0 < \frac{2\pi}{\lambda} r_k \cdot N_A < 2,4$$

↑  
definiert die untere Grenze für  $\lambda_g$  (in Grund-Mode)

Vergrößerung des grundmodigen Bereich um  $\frac{\lambda_g}{a}$ :

$$\lambda_g' = \left(1 - \frac{1}{a}\right) \cdot \lambda_g \rightsquigarrow n_k' = \left(1 - \frac{1}{a}\right) \cdot n_k, \quad n_M' = \left(1 - \frac{1}{a}\right) \cdot n_M$$

(mit  $n_k = \text{const.}$  und  $\alpha_T = \text{const.}$ )

Dämpfung und Dispersion in Glasfaser (mit  $\mu_r = 1$ )

Die Dämpfung in Glasfasern ist wesentlich durch zwei Mechanismen bestimmt:

- bei  $\lambda = 800 \text{ nm}$ : Rayleigh Streuung ( $\alpha \sim \lambda^{-4}$ )
- bei  $\lambda = 1400 \text{ nm}$ : zusätzlich Absorptionspeaks (verursacht durch  $\text{OH}^-$ -Ionen)

• Dämpfungskoeffizient:  $\alpha = 2 \cdot k_0 \cdot n''$  mit  $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda}$   $\alpha: \left[ \frac{1}{\text{km}} \right]$

• Gesamtdämpfung:  $a = 10 \cdot \log \left( \frac{S(z=0)}{S(z=L)} \right) \cdot \frac{1}{L} \cdot \text{dB}$  mit  $S(z) = S_0 \cdot e^{-\alpha z}$   
 $(\lambda = 800 \text{ nm})$   $= 10 \cdot \alpha \cdot \log(e) \cdot \text{dB}$   $a: \left[ \frac{\text{dB}}{\text{km}} \right]$

• Komplexer Brechungsindex:  $n = n' + j \cdot n''$

• Dielektrizitätskonstante:  $\epsilon_r = n^2$

• es gilt:  $\alpha = \alpha_R + \alpha_A$   $\alpha \sim \alpha \rightarrow \alpha = \alpha_R + \alpha_A$   
 $\alpha_R = 0$  für  $\lambda = 800 \text{ nm}$   $\alpha_A = 0$  für  $\lambda = 800 \text{ nm}$

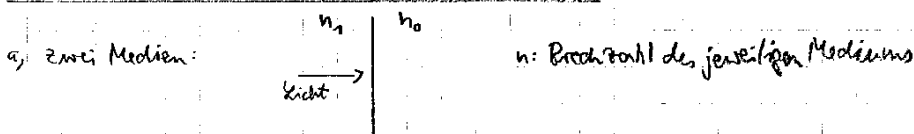
•  $\alpha_R \sim \lambda^{-4} \rightarrow \alpha_R \cdot \lambda^4 = \text{const.} \sim \alpha_R \cdot \lambda^4 \Big|_{\lambda=1400 \text{ nm}} = \alpha_R \cdot \lambda^4 \Big|_{\lambda=800 \text{ nm}}$

mit:  $\alpha_R =$  Streukoeffizient

$\alpha_A =$  Absorptionskoeffizient

Übung 2:

Reflexion und Interferenz an dünnen Schichten



Reflexions- und Transmissions-Faktoren für Amplitude:

TE / s-Welle:  $r_s = \frac{n_1 - n_0}{n_1 + n_0}$   $t_s = \frac{2n_1}{n_1 + n_0}$

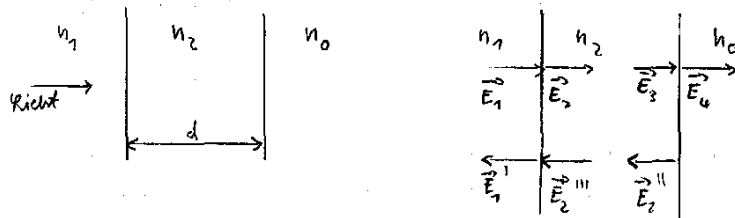
TP / p-Welle:  $r_p = \frac{n_0 - n_1}{n_1 + n_0} = -r_s$   $t_p = t_s$

Reflexions- und Transmissions-Faktoren für Leistung:

$R = |r_s|^2 = |r_p|^2$

$T = 1 - R$  ( $\neq |t_p|^2$  bzw.  $\neq |t_s|^2$ )

b) drei Medien:



Amplitudenreflexionsfaktor:  $r_s = r_p = r = \frac{r_{12} + r_{20} \cdot \exp(-2j k_0 n_2 \cdot d)}{1 - r_{20} r_{21} \cdot \exp(-2j k_0 n_2 \cdot d)}$

mit  $r_{ab} = \frac{n_a - n_b}{n_a + n_b}$   $a, b \in \{0, 1, 2\}$  und  $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda}$

Leistungsreflexionsfaktor:  $R = |r|^2$ , es gilt:  $r \cdot \exp(jd) = r \cdot (\cos d + j \sin d)$

Übung 3:

• Materialsysteme:

a, Vegard'sches Gesetz:  $a$ : Gitterkonstante eines Mischkristalls

$$a(A_x B_y C_{1-x-y} D) = x \cdot a(AD) + y \cdot a(BD) + (1-x-y) \cdot a(CD)$$

$$a(A_x B_{1-x} C_y D_{1-y}) = xy \cdot a(AC) + (1-x)y \cdot a(BC) + x(1-y) \cdot a(AD) + (1-x)(1-y) \cdot a(BD)$$

$$a(A_x B_{x-1} C) = x \cdot a(AC) + (x-1) \cdot a(BC) \quad (0 \leq x \leq 1 \quad 0 \leq y \leq 1)$$

b, Verspannung:

$$\epsilon = \frac{a_s - a}{a}$$

mit:  $a_s$ : Gitterkonstante des Substrats

$a$ : relaxierte Gitterkonstante

Druckverspannung:  $a > a_s \Rightarrow \epsilon < 0$

Zugverspannung:  $a < a_s \Rightarrow \epsilon > 0$

Anwendungsbeispiel:

Mischkristallschicht soll mit Verpannung auf Substrat aufgewachsen werden und der dazu notwendige Gehalt zweier Materialien in Abhängigkeit eines dritten angegeben werden.

- a, mit gegebenem  $\epsilon$  und  $a_s$  die relaxierte Gitterkonstante  $a$  berechnen  
 b,  $a$  mit der Gitterkonstanten des Mischkristalls gleichsetzen und nach gewünschter Variablen auflösen.

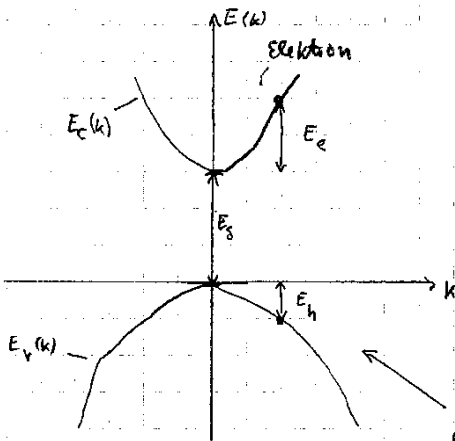
z.B.  $Al_x Ga_y In_{1-x-y} As$ : In-Gehalt:  $1-x-y(x)$   
 Ga-Gehalt:  $y(x)$

=> Gleichung nach  $y$  auflösen und einsetzen

• Strahlende Rekombination in Halbleitern

Impuls eines Photons:  $p = \hbar \cdot k$  ;  $k$ : Wellenzahl :=  $\frac{2\pi}{\lambda}$  ;  $\lambda(\text{in } \mu\text{m}) = \frac{1,24}{E(\text{in eV})}$

Bandkanten eines direkten Halbleiters:  $E_c(k) = E_{c0} + \frac{p^2}{2m_e^*}$  u.  $E_v(k) = E_{v0} - \frac{p^2}{2m_h^*}$   
 $E_e: \left[ \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} \right] = \left[ \frac{\text{J}}{1} \right]$  ;  $E_h$



$E_g = E_c(k=0) - E_v(k=0) = E_{c0} - E_{v0}$

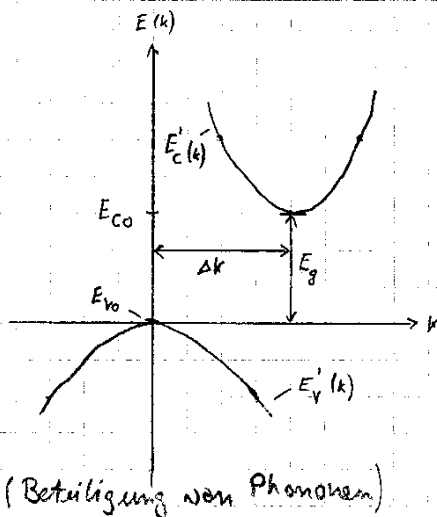
$E_{\text{photon}} = E_g + E_e + E_h$

$E_{\text{Elektron}} = \frac{p_e^2}{2m_e^*}$  mit  $p_e = p_h$  und  $k_e = k_h$

Strahlende Rekombination eines Elektrons aus dem Leitungsband mit einem Loch aus dem Valenzband ohne Beteiligung von Phononen

Übung 4:

• Detektion - indirekte Halbleiter



es gilt:  $\Delta k = \frac{\Delta p}{\hbar}$  ;  $\Delta p: \left[ \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$

Bandkante eines indirekten Halbleiters:

$\Delta E(p) = E'_c - E'_v = E_c(p - \Delta p) - E_v(p)$   
 $= \left( E_{c0} + \frac{(p - \Delta p)^2}{2m_e^*} \right) - \left( E_{v0} - \frac{p^2}{2m_h^*} \right)$   
 $= E_g + \frac{1}{2} \left[ \frac{(p - \Delta p)^2}{m_e^*} + \frac{p^2}{m_h^*} \right]$

(Beteiligung von Phononen)

$$\Delta E(p) = \min \Leftrightarrow \frac{dE}{dp} = 0 \quad \text{und} \quad \frac{d^2E}{dp^2} > 0$$

Kleinste Energie, bei der ein Photon detektiert werden kann:

$$\Delta E(p_{\min}) \quad \text{mit} \quad p_{\min} = \frac{m_h^*}{m_e^* + m_h^*} \cdot \Delta p$$

$$\text{Detektion:} \quad 0 \leq \lambda \leq \lambda_{\max} \quad \text{mit} \quad \lambda_{\max} = \frac{1,24 \text{ eV} \cdot \mu\text{m}}{\Delta E(p_{\min}) \text{ in eV}}$$

### • Rekombinationsmechanismen:

#### 1. Rekombination an Störstellen / Grenzflächen:

→ nicht strahlend

→  $\sim A \cdot N$

#### 2. Band-Band-Rekombination:

→ strahlend

→  $\sim B \cdot N^2$

#### 3. Auger-Rekombination:

→ nicht strahlend

→  $\sim C N^3$

→ bei geringerem Bandabstand größere Bedeutung

$$\text{Gesamtrekombinationsrate: } R(N) = AN + BN^2 + CN^3 \quad R(N): \left[ \frac{1}{\text{cm}^3 \text{s}} \right]$$

$$\text{Größenordnung: } A \approx 4 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1} \quad B \approx 1 \cdot 10^{-10} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1} \quad C \approx 6 \cdot 10^{-29} \text{ cm}^6 \text{ s}^{-1}$$

$$\text{Strom-Spannungskennlinie: } I(R(N)) = R(N) \cdot e \cdot V$$

mit  $V = \text{Volumen von undotierter Halbleiterschicht} = \underbrace{A}_{\text{Querschnittsfläche}} \cdot \underbrace{d}_{\text{Dicke}}$

$$N = \sqrt{N \cdot R} = N_i \cdot \exp\left(\frac{e \cdot U}{2 k_B T}\right) = N_c \cdot N_v \cdot \exp\left(-\frac{E_g}{2 k_B T}\right) \cdot \exp\left(\frac{e \cdot U}{2 k_B T}\right)$$

$$\Rightarrow I(U) = I(R(N(U))) \quad (\text{ sukzessive einsetzen})$$

## Übung 5

- Doppel-Heterostruktur GaAs/AlGaAs

$$a) m_{1-x} Ga_x As_y P_{1-y}$$

$$\frac{E_g}{eV} = 1,35 + 0,668x - 1,068y + 0,758x^2 + 0,078y^2 - 0,069xy - 0,332x^2y + 0,03xy^2$$

$$\lambda = \frac{1,24 \cdot eV}{E_g}$$

- b) Lage der Quasifermienergien  $E_{Fc}$  und  $E_{Fv}$ ; intrinsische Ladungsträgerdichte  $N_i$

- In aktiver Zone herrscht Ladungsneutralität:  $N = P$

- es gilt:  $E_{Fc} - E_{Fv} = e \cdot U$

$$\underline{E_{Fv}} = \frac{E_c + E_F}{2} + \frac{k_B \cdot T}{2} \ln \left( \frac{N_v}{N_c} \right) - \frac{e \cdot U}{2}$$

$$\underline{E_{Fc}} = E_F + e \cdot U$$

Boltzmann-Näherung!  
( $E - E_v \gg k_B \cdot T$ )

$$N_c \cdot \exp \left( - \frac{E_c - E_{Fc}}{k_B \cdot T} \right) = N_v \cdot \exp \left( - \frac{E_{Fv} - E_v}{k_B \cdot T} \right)$$

$$\underline{N_i} = \sqrt{N \cdot P} = \sqrt{N_c \cdot N_v} \cdot \exp \left( - \frac{E_c - E_v}{2 k_B T} \right) \quad \text{mit } E_c - E_v = E_g$$

- c) • Rekombinationsrate:  $R = A \cdot N + B N^2 + C N^3$      $R: [cm^{-3} s^{-1}]$

$$A: [s^{-1}] \quad B: [cm^3 s^{-1}] \quad C: [cm^6 s^{-1}] \quad N: [cm^{-3}]$$

- elektrischer Strom:  $I = e \cdot V_a \cdot R$      $V_a$ : Volumen der aktiven Zone

- intern erzeugte optische Leistung:

$$P_{\text{int}} = \underbrace{h \cdot \nu}_{E_g} \cdot B N^2 \cdot V_a = E_g \cdot B \cdot \underbrace{N_i^2 \exp \left( \frac{e \cdot U}{k_B \cdot T} \right)}_{N^2} \cdot V_a$$

mer für  $U \gg \frac{E_g}{e}$  gültig (wg. Boltzmann-Näherung)

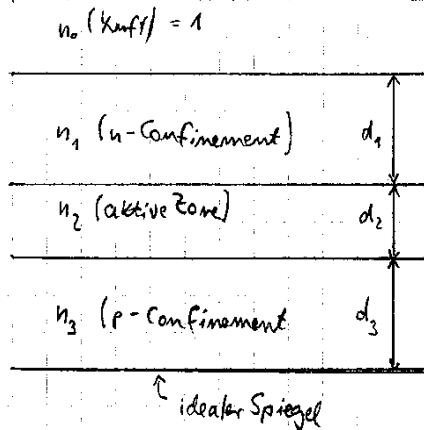
d) Halbwertsbreite  $\Delta\lambda$  des emittierten Spektrums im Wellenlängenbereich:

$$\Delta\lambda = \left| \frac{\partial\lambda}{\partial E} \right| \cdot \Delta E = \left| -\frac{h \cdot c}{E^2} \right| \cdot \Delta E \quad \text{mit} \quad \lambda = \frac{h \cdot c}{E}, \quad \Delta E = 2 \cdot k_B \cdot T$$

Halbwertsbreite  
 $E = E_g = h \cdot \nu$

Übung 6:

• Wirkungsgrad einer LED



a) interner Quantenwirkungsgrad:  $\eta_i = \frac{BN^2}{AN + BN^2 + CN^3}$

mit  $N(u) = N_i \cdot \exp\left(\frac{eU}{2k_B T}\right) = N_i \cdot \exp\left(\frac{U}{2U_T}\right)$ ;  $U_T = 25,8 \text{ meV} @ 300\text{K}$   
Temperatur

b) externer Quantenwirkungsgrad:  $\eta_{\text{ext}} = \eta_i \cdot \eta_{\text{geom}}$  [ohne Dimensionen]

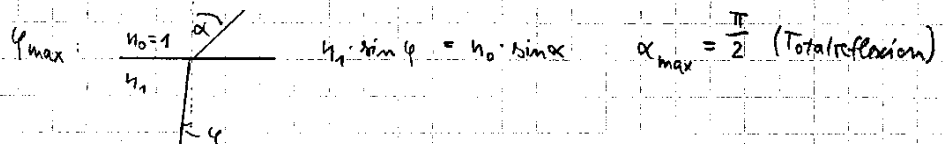
zu berücksichtigende Effekte bei  $\eta_{\text{geom}}$ :

(1) Reflexion an der Grenzfläche HL-Luft:

$$T = 1 - \underbrace{R^2}_R \quad \text{mit} \quad r = \left( \frac{n_1 - n_0}{n_1 + n_0} \right); \quad T: [\text{dimensional}]$$

(2) Abstrahlung im durch Totalreflexion bekannten Raumwinkel:

$$\Omega = 4\pi \cdot \left( 1 - \sqrt{1 - \sin^2(\varphi_{\text{max}})} \right)$$



Abstrahlung (in %):  $\frac{\Omega}{4\pi} = 1 - \sqrt{1 - \frac{n_0^2}{n_1^2}}$  (wg. Spiegel doppelt so groß wie ohne)

$$\Rightarrow \eta_{\text{ext}} = \eta_i \cdot T \cdot \frac{\Omega}{4\pi}$$

Transmissionfaktor =  $1 - R$

5. Erhöhung des externen Quantenwirkungsgrads:

- verspiegelte Rückseite → Faktor 2
- Antireflexbeschichtung
- gewölbte Austrittsfläche → Faktor 10

• Modulationsverhalten einer LED:

Volumen der aktiven Zone (gerader Kreiszylinder):  $V = r^2 \cdot \pi \cdot h$

$h$ : Höhe / Dicke,  $r$ : Radius

Übertragungsfunktion: 
$$|H(\omega)| = \frac{|\delta P(\omega)|}{|\delta P(0)|} = \frac{1}{|1 + j\omega \tau_d|} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega \tau_d)^2}}$$

mit  $|\delta P| \propto \left| \frac{\hat{S}N}{\tau_d} \right| = \left| \frac{1}{1 + j\omega \tau_d} \right| \cdot \frac{\delta I}{eV}$

Grenzfrequenz:  $|H(\omega_g)| \stackrel{!}{=} \frac{1}{2} \rightsquigarrow 1 + (\omega_g \tau_d)^2 = 4 \rightsquigarrow \omega_g = \frac{\sqrt{3}}{\tau_d}$

es gilt:  $\frac{1}{\tau_d(I_0)} = B \cdot (2 N_0(I_0) + N_A) = B \cdot \sqrt{N_A^2 + \frac{4I_0}{eV_n \cdot B}}$  (intrinsischer Fall: siehe S. 15)  
 $\uparrow$  nicht intrinsisch!

Übung 7

• Fabry-Perot-Resonator / Fabry-Perot-Laser

• Gruppenindex: 
$$n_g = \frac{\lambda_i^2}{2 \cdot L \cdot \Delta \lambda_m}$$

mit:  $\lambda_i$ : Wellenlänge bei Modenzahl  $i$

$\Delta \lambda_m$ : Modenabstand

• Phasenbedingung: 
$$\lambda_i = \frac{2 n'(\lambda_i) \cdot L}{i}$$

$L$ : Länge des Resonators

$i$ : Ordnungszahl der Mode / Modenzahl

$n(\lambda_i) := n'(\lambda_i) + j n''(\lambda_i)$



• Temperaturänderung um  $\Delta T$ :

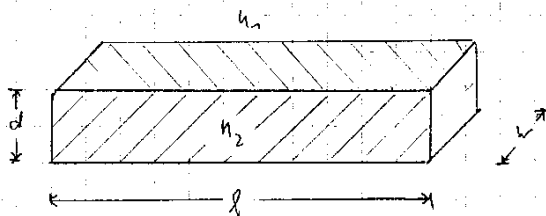
geg.:  $dT, \frac{dn}{dT}, du \approx dn_g, \lambda_i$  konstant

Ergucht: Modenabstand  $\Delta \lambda_{T, m}$  Änderung der Mode  $\lambda_{i+dT}$

$$\Delta \lambda_{T, m} = \frac{\lambda_i^2}{2L \cdot (n_g + \Delta n_g)} \quad \text{mit } \Delta n_g = dT \cdot \left( \frac{dn}{dT} \right) \approx \Delta n'$$

$$\lambda_{i+dT} = \frac{2(n' + \Delta n') \cdot L}{i}$$

• Verstärkung in einem Schichtwellenleiter:



• Verstärkung in aktiver Schicht:  $g_a = a \cdot (N - N_{tr}) = 2k_0 \cdot n''$   $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda}, n = n' + j n''$

• Rekombination in aktiver Schicht näherungsweise linear:

$$g_a: [\text{cm}^{-1}]$$

$$\frac{dN}{dt} = -\frac{N}{\tau_n} + \frac{I}{e \cdot w \cdot l \cdot d}$$

mit  $w$ : Streifenweite,  $l$ : Länge,  $d$ : Dicke der aktiven Schicht,  $I$ : Strom

$\tau_n$ : Trägerlebensdauer

• Confinement-Faktor:  $\Gamma \approx \left( 1 + \left( \frac{d_0}{d} \right)^2 \right)^{-1}$  mit  $d_0 = \frac{\lambda}{2\pi} \sqrt{\frac{2}{n_2^2 - n_1^2}}$

• optimale Schichtdicke  $d$  in Bezug auf Verstärkung:

n)  $\frac{\partial}{\partial d} g_m = 0$  mit  $g_m = \Gamma \cdot g = \Gamma \cdot a \cdot (N - N_{tr})$   $g_m$ : Modenverstärkung

$$\frac{dN}{dt} = 0 = -\frac{N}{\tau_n} + \frac{I}{e \cdot w \cdot l \cdot d} \quad \leadsto \quad N = \frac{\tau_n \cdot I}{e \cdot w \cdot l \cdot d} \quad (2)$$

$\Gamma$  und  $N$  in (1) einsetzen

$$\leadsto d_{\text{opt}} = -\frac{d_0^2 N_{tr} e \cdot w \cdot l \cdot d}{\tau_n \cdot I} + \left[ \left( \frac{d_0^2 N_{tr} e \cdot w \cdot l \cdot d}{\tau_n \cdot I} \right)^2 + d_0^2 \right]^{1/2}$$

• Verstärkung des gesamten Wellenleiters:  $V = \exp(g_{\text{WL}} \cdot L)$ , Leistung:  $P(L) = P_0 \cdot \exp(g_{\text{WL}} \cdot L)$

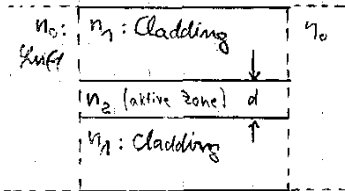
• Übung 8:

• Charakteristische Größen eines Diodenlasers: (vgl. S. 15, Gasdiode)

a, Leistungsreflexionsfaktor  $R$  der Endflächen:

$$R = \left| \frac{n_2 - n_0}{n_2 + n_0} \right|^2$$

mit Luft als Gegenfläche:  $n_0 = 1$



Berechnung von effektiver Brechzahl  $n_z$ :

$$\frac{k_z^2 - k_1^2}{k_z^2 - k_1^2} \approx \frac{R_{\text{WL}}^2}{1 + R_{\text{WL}}^2 + 0,2 R_{\text{WL}}} \approx \frac{n_z^2 - n_1^2}{n_2^2 - n_1^2}$$

$$\leadsto n_z = \sqrt{n_1^2 + (n_2^2 - n_1^2) \cdot \frac{R_{\text{WL}}^2}{1 + R_{\text{WL}}^2 + 0,2 R_{\text{WL}}}} \quad (\text{nur vom Cladding und aktiver Zone abhängig})$$

mit: effektive Ausbreitungskonstante  $k_z := n_z \cdot k_0$ ;  $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda}$

$$\text{normierte Wellenleiterdicke } R_{\text{WL}} = \pi \cdot \frac{d}{\lambda} \cdot \sqrt{n_2^2 - n_1^2}$$

b, Verstärkung  $g_a$  der aktiven Zone, damit die Laserdiode die Laserschwelle erreicht:

$$g_a = \frac{\alpha_i + \alpha_m}{\Gamma}$$

mit:  $\alpha_i$ : interne Verluste  $[\text{cm}^{-1}]$

$\alpha_m$ : Spiegelverluste := Amplitudenbedingung :=  $\frac{1}{L} \cdot \ln\left(\frac{1}{R}\right)$

[ $L$ : Resonatorlänge,  $R$ : Leistungsreflexionsfaktor]

$$\Gamma: \text{Confinement-Faktor} := \left[ 1 + \left( \frac{d_0}{d} \right)^2 \right]^{-1}, \quad d_0 := \frac{\lambda}{2\pi} \sqrt{\frac{2}{n_2^2 - n_1^2}}$$

c, Ladungsträgerdichte  $N_{th}$  an Laserschwelle:

$$g_a = a \cdot (N - N_{tr}) ; \text{ an Laserschwelle gilt: } N = N_{th}$$

$$\leadsto N_{th} = \frac{g_a}{a} + N_{tr}$$

mit:  $N_{tr}$ : Transparenzladungsträgerdichte [ $\text{cm}^{-3}$ ]

$a$ : Verstärkungs-Koeffizient [ $\text{cm}^{-1}$ ]

d, Strom an Laserschwelle  $I_{th}$ :

$$\frac{dN}{dt} = 0 = \underbrace{G(I)}_{\frac{I}{e_0 \cdot V_a}} - \underbrace{R(N)}_{AN + BN^2 + CN^3}$$

$V_a$ : Volumen der aktiven Zone

an Laserschwelle gilt:  $I_{th} = I$

e, gesamte Ausgangsleistung  $P_{ext}$ :

$$P_{ext} = \frac{h \cdot \nu}{e_0} \cdot \frac{\alpha_m}{\alpha_i + \alpha_m} \cdot (I - I_{th}) ; h \cdot \nu \approx \frac{1,24 \mu\text{m} \cdot \text{eV}}{\lambda}$$

Konversionswirkungsgrad:  $\eta = \frac{P_{ext}(I)}{P_{el}(I)}$  mit  $P_{el}(I) = \frac{h \cdot \nu}{e_0} \cdot I$

### Übung 9:

• Seitenmodenunterdrückung einer Fabry-Perot Laserdiode

a) Ordnungszahl  $i_0$  und Wellenlänge  $\lambda_{i_0}$  der dominanten Mode:

$$\text{allg.: } \frac{2\pi}{\lambda_i} \cdot n_z \cdot 2L = 2\pi i \quad i = 1, 2, 3, \dots \text{ Ordnungszahl der Mode}$$

$$\Rightarrow i = \frac{2L \cdot n_z}{\lambda_i} \xrightarrow{\text{Runden}} i_0$$

$$\lambda_{i_0} = \frac{2L \cdot n_z}{i_0}$$

$$\text{zweitstärkste Mode} := \begin{cases} i_0 + 1, & \text{falls } \lambda_{i_0} < \lambda_i \\ i_0 - 1, & \text{falls } \lambda_{i_0} > \lambda_i \end{cases}$$

$n_z$ : effektive Brechzahl

b,  $\Delta \lambda_m$  in Nähe der dominanten Mode:  $\Delta \lambda_m = \left| -\frac{\lambda^2}{2L \cdot n_g} \right|$   $n_g$  ... Gruppenbrechungsindex

c, Seitenmodenuntädrückung SSR:

$$SSR = \frac{P_{i0}}{P_{i0+1}} = \frac{\bar{S}_{i0}}{\bar{S}_{i0+1}} \quad SSR_{dB} = 10 \cdot \log_{10}(SSR)$$

mit:  $\bar{S}_{i0} = \frac{\Gamma \cdot R_{sp}}{V_g (g_m(\lambda_{i0}) - \alpha_{tot})}$  und  $\bar{S}_{i0+1} = \frac{\Gamma \cdot R_{sp}}{V_g (g_m(\lambda_{i0} - \Delta \lambda_m) - \alpha_{tot})}$

$$\Rightarrow SSR = \frac{g_m(\lambda_{i0} - \Delta \lambda_m) - \alpha_{tot}}{g_m(\lambda_{i0}) - \alpha_{tot}}$$

für  $g_m(\lambda) \approx \alpha_{tot} - \Delta g (\lambda - \lambda_p)^2 - \delta g$  und  $\lambda_{i0} = \lambda_p$  gilt:

$$SSR = 1 + \frac{\Delta g}{\delta g} \cdot \Delta \lambda_m^2 \quad \text{Dim: } [1]$$

d, Temperaturänderung

geg.: Wellenlänge des Resonanzmaximums verschiebt sich um  $\Delta \lambda_p$ :  $\lambda_p' = \lambda_p + \Delta \lambda_p$

Änderung der effektiven Brechzahl um  $\Delta n_z$ :  $n_z = n_z + \Delta n_z$

Änderung von  $n_g$  wird vernachlässigt

•  $i' = \frac{2L \cdot n_z'}{\lambda_p'}$   $\rightarrow$  Berechnung  $i'_0$  und  $\lambda'_{i0}$  analog zu a)

• Modenabstand:  $\Delta \lambda_m' = \frac{\lambda_p'^2}{2L \cdot n_g}$

•  $SSR = \frac{\Delta g \cdot (\lambda'_{i0} - \Delta \lambda_m' - \lambda_p')^2 - \delta g}{\Delta g \cdot (\lambda'_{i0} - \lambda_p')^2 - \delta g}$

## Übung 10:

### • Modulation einer Laserschleife

- 13 -

a) Photonenlebensdauer:  $\tilde{\tau}_S = \frac{1}{v_g \cdot \alpha_{tot}}$  mit  $v_g = \frac{c_0}{n_g}$   $c_0$ : Lichtgeschwindigkeit

differentielle Lebensdauer der Ladungsträger  $\tilde{\tau}_d$ :

$$\frac{1}{\tilde{\tau}_d} = \frac{dR}{dN} = A + 2BN + 3CN^2$$

über der Laserschwelle:  $N \hat{=} N_{th} = \frac{g_a}{\alpha} + N_{tr}$

b) Relaxationsfrequenz:  $f_r = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{\Gamma \cdot \alpha}{\tilde{\tau}_S \cdot \epsilon_0 \cdot V_a \cdot \alpha_{tot}} (I_0 - I_{th})}$

3dB-Modulationsgrenzfrequenz:

$$f_g = \sqrt{f_r^2 - \frac{\gamma^2}{8\pi\tilde{\tau}_S^2} + \sqrt{\left(f_r^2 - \frac{\gamma^2}{8\pi\tilde{\tau}_S^2}\right)^2 + 3f_r^4}} \approx \sqrt{3} \cdot f_r$$

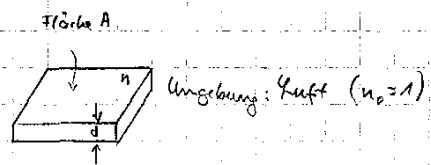
$f_r^2 \gg \frac{\gamma^2}{8\pi\tilde{\tau}_S^2}$

mit  $\gamma = \frac{\Gamma \cdot \alpha}{\epsilon \cdot V_a \cdot v_g \cdot \alpha_{tot}} \cdot (I_0 - I_{th}) + \frac{\tilde{\tau}_S}{\tilde{\tau}_d}$

## Übung 11:

### • Photodetektor (p-i-n)

a) Photostrom:  $I_{ph} = e \cdot \frac{P_{abs}}{h \cdot \nu} \cdot \eta$



$e$ : Elementarladung,  $\eta$ : Wirkungsgrad,  $\nu = \frac{c}{\lambda}$ ;  $c$ : Lichtgeschwindigkeit

$\frac{P_{abs}}{h \cdot \nu}$ : Anzahl der absorbierten Photonen in der i-Schicht

$$P_{abs} = P(z=0) - P(z=d) = P_{ein} \cdot (1 - \exp(-\alpha d))$$

$$P_{ein} = (1 - R) \cdot I \cdot A$$

↑ Absorptionskoeffizient

$$R: \text{Leistungsreflexionsfaktor} = \left( \frac{n_{HL} - n_0}{n_{HL} + n_0} \right)^2 \quad n_0 = 1 \text{ (Luft)}$$

$I$ : Intensität bei der Wellenlänge  $\lambda$ ;  $A$ : Fläche des Detektors

b, Bandbreite:  $f_{3dB} \approx 0,5 \cdot \frac{v_s}{d}$

$v_s$ : Diffusionsgeschwindigkeit,  $d$ : Dicke der intrinsischen Schicht

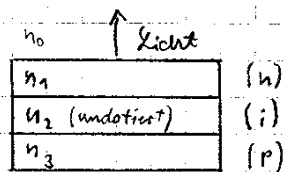
-14-

c, die Effizienz eines realen Detektor wird reduziert durch:

- Reflexion in HL-Luft-Grenzfläche
    - Anti-Reflexionsschicht
  - Rekombination der erzeugten e-h-Paare in der i-Schicht
    - Aufenthaltsdauer in der i-Zone möglichst kurz
    - intrinsische Zone (möglichst) dünn
  - Unzureichende Absorption in der i-Schicht
    - intrinsische Zone (möglichst) dick
- ↙ ↘ Kompromiss

Probeklausur

• LED (Doppelheterostruktur-Gehtdiode):



a, volle Halbwertsbreite des Spektrums  $\Delta f$  (im Frequenzbereich) der von dieser LED emittierten Lichts:

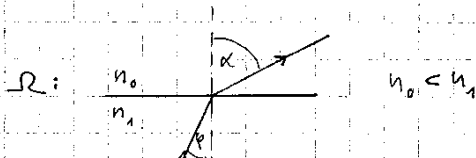
$$\Delta E = h \cdot \Delta f = 2 k_B T \quad \leadsto \quad \Delta f = \frac{2 k_B T}{h}$$

b, externer Wirkungsgrad  $\eta_{ext}$  (Lichtaustritt auf Oberseite, Licht auf Unterseite geht verloren)

$$\eta_{ext} = \eta_{int} \cdot \eta_{geom} = \eta_{int} \cdot T \cdot \frac{\Omega}{4\pi}$$

mit:  $\eta_{int} = \frac{B N^2}{A N + B N^2 + C N^3}$

$$T = 1 - R = 1 - \left( \frac{n_1 - n_0}{n_1 + n_0} \right)^2$$



-15-

$$\Omega = \int_0^{\varphi_{\max}} 2\pi \sin \varphi \, d\varphi = 2\pi \cdot [1 - \cos(\varphi_{\max})]$$

$$n_0 \cdot \sin \alpha = n_1 \cdot \sin \varphi, \quad \alpha_{\max} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi_{\max} = \arcsin\left(\frac{n_0}{n_1}\right)$$

$$\text{alternativ: } \frac{\Omega}{4\pi} = \frac{1}{2} \cdot \left[1 - \sqrt{1 - \frac{n_0^2}{n_1^2}}\right]$$

c) Ladungsträgerdichte am Arbeitspunkt

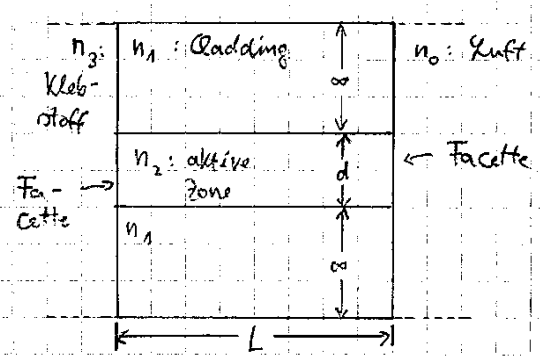
$$\frac{1}{\tau_d} = A + 2BN_0 + 3CN_0^2 \quad (\text{gilt nur, falls aktive Zone intrinsisch!})$$

$$\Rightarrow (3C)N_0^2 + (2B)N_0 + \left(A - \frac{1}{\tau_d}\right) = 0$$

$$\Rightarrow N_0 = \frac{1}{6C} \cdot \left[-2B + \sqrt{4B^2 - 4 \cdot 3 \cdot \left(A - \frac{1}{\tau_d}\right)}\right]$$

$$\left. \begin{aligned} \text{d) Modulationsfrequenz: } f_g &= \frac{\sqrt{3}}{2\pi \tau_d} \\ \text{Grenzfrequenz: } \omega_g &= \frac{\sqrt{3}}{\tau_d} \end{aligned} \right\} \text{ gilt nur für LED!}$$

• Laserdiode:



a) Schwellenstrom der aktiven Zone:

$$I_{a,th} = \frac{g_{m,th}}{\Gamma}$$

mit  $g_{m,th}$ : Moderverstärkung an Schwelle

$\Gamma$ : Confinement-Faktor

Berechnung  $g_{m,th}$ : 
$$g_{m,th} = \alpha_i + \underbrace{\frac{1}{2L} \cdot \ln\left(\frac{1}{R_1 \cdot R_2}\right)}_{\alpha_m} \quad [\text{cm}^{-1}]$$

$R_1, R_2$  := Leistungsreflexionsfaktor: 
$$R_1 = \left(\frac{n_{eff} - n_3}{n_{eff} + n_3}\right)^2 \quad R_2 = \left(\frac{n_{eff} - n_0}{n_{eff} + n_0}\right)^2$$

$$n_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{R_{\text{WL}}^2}{1 + R_{\text{WL}}^2 + 0,2 R_{\text{WL}}^2} \cdot (n_2^2 - n_1^2) + n_1^2} \quad (\text{effektive Brechzahl})$$

$$R_{\text{WL}} = \frac{d \cdot \pi}{\lambda} \cdot \sqrt{n_2^2 - n_1^2} \quad (\text{normierte Wellenleiterdicke})$$

-16-

Berechnung  $\Gamma$ :  $\Gamma = \left[ 1 + \left( \frac{d_0}{d} \right)^2 \right]^{-1}$  mit  $d_0 = \frac{\lambda}{2n_1} \cdot \sqrt{n_2^2 - n_1^2} \quad [\text{m}]$

b, Ladungsträgerdichte der aktiven Zone (an Schwelle:  $N_{\text{th}} = N$ ):

$$g_{\alpha, \text{th}} = \alpha \cdot (N_{\text{th}} - N_{\text{tr}}) \quad \leadsto \quad N_{\text{th}} = N_{\text{tr}} + \frac{g_{\alpha, \text{th}}}{\alpha}$$

mit  $N_{\text{tr}}$ : Transparenzlagerdichte  $[\text{cm}^{-3}]$

$\alpha$ : Verstärkungsbeiwert  $[\text{cm}^{-1}]$

elektrischer Strom (an der Schwelle):  $I_{\text{th}} = e \cdot V_a \cdot R(N_{\text{th}})$

mit  $e$ : Elementarladung

$V_a$ : Volumen der aktiven Zone =  $L \cdot w \cdot d$

$$R(N_{\text{th}}) = A N_{\text{th}} + B N_{\text{th}}^2 + C N_{\text{th}}^3$$

c, Auger-Rekombination:

Ein Elektron im Minimum des Leitungsbandes (Elektron 1) eines direkten Halbleiters rekombiniert nicht-strahlend mit einem Loch aus dem Valenzband.

Die abgegebene Energie nimmt ein weiteres Elektron auf (Elektron 2), das sich zuvor ebenfalls annähernd im Minimum des Leitungsbandes befand.

Ges.: Impuls  $p_2$  des Elektron 2 nach der Auger-Rekombination in Abhängigkeit

von der Bandlückenenergie  $E_g$  und der effektiven Massen der Ladungsträger

$m_{\text{eff},c}$  und  $m_{\text{eff},v}$

$$p_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot E_g \cdot m_{\text{eff},c} \cdot m_{\text{eff},v}}{m_{\text{eff},v} - m_{\text{eff},c}}}$$